



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Автосервис»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ к выполнению курсовой работы по дисциплине **«Моделирование транспортных процессов»**

Автор

Ершов В.В.

Ростов-на-Дону, 2015



Аннотация

Методические указания предназначены для студентов очной формы обучения специальности 190700.

Автор

к.т.н., доцент Ершов В.В.



Оглавление

Задания и методические указания для курсовой работы по дисциплине	4
1. Общие положения	4
2. Контрольное задание.....	4
3. Алгоритм выбора варианта для выполнения контрольной работы	5
Список литературы	6
Перечень контрольных вопросов к экзамену	44
Список рекомендуемой литературы	46

ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Целью изучения дисциплины является формирование профессиональных знаний и приобретение практических навыков в принятии эффективных управленческих решений производственных задач автомобильного транспорта.

Задачами преподавания дисциплины являются:

- освоение и использование аппарата математического моделирования производственных процессов на автомобильном транспорте на основе методов математического программирования;
- ознакомление с методиками проектирования автотранспортных систем доставки грузов и расчета потребности в транспортных средствах;
- уяснение роли, состояния и перспектив развития экономико-математических методов при организации автомобильных перевозок в рыночных условиях с учетом трудовых, материальных, технико-эксплуатационных и организационных ограничений.

Согласно учебному плану, студенты, проходящие подготовку по заочной форме обучения, должны прослушать обзорные лекции, пройти лабораторный практикум и выполнить контрольное задание. Студенты должны защитить выполненное контрольное задание, а по теоретическому курсу сдать итоговый экзамен.

Обзорные лекции, посвященные узловым разделам курса, читаются студентам во время экзаменационной сессии, тогда же студенты сдают предусмотренные зачеты и экзамены. Основным видом работы студента-заочника является самостоятельная работа с литературными источниками.

2. КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

Общие указания по выполнению и оформлению курсовой работы.

1. По дисциплине предусмотрено контрольное задание в форме курсовой работы, составленное по стовариантной системе.

2. Вариант задания определяется двумя по-

следними цифрами номера зачетной книжки студента mn , где m - предпоследняя, n - последняя цифры.

3. Контрольное задание выполняется в отдельной ученической тетради в клетку с полями не менее 4 см или на листах формата А4 с использованием одной стороны листа. Вторая сторона листа оставляется для внесения исправлений. Все страницы нумеруются.

4. Формулировка задачи и числовые исходные данные должны быть переписаны в тетрадь. Чертежи и рисунки, если они предусмотрены заданием, выполняются карандашом на миллиметровой бумаге с соблюдением правил черчения. Все таблицы, чертежи и рисунки должны быть пронумерованы.

5. При оформлении задачи необходимо коротко указать в каждом пункте цель расчета, привести расчетную формулу, обязательно пояснив условные обозначения. Указать номер источника, из которого взята формула.

6. Во всех расчетах должны применяться только единицы Международной системы СИ в русских обозначениях. Конечный результат следует представить в удобной форме с использованием кратных или дольных единиц.

7. В конце работы необходимо привести список использованной литературы с соблюдением правил его оформления, поставить дату и подпись.

8. Во время зачета необходимо быть готовым дать пояснения по существу решения любой из задач контрольного задания»

3. Алгоритм выбора варианта для выполнения контрольной работы

Исходные данные для курсовой работы определяются по таблице 1 и таблице 2. Таблица 1 содержит данные о грузоотправителях и грузополучателях. Выбор конкретного варианта определяется по предпоследней цифре номера зачетной книжки студента m .

Таблица 2 содержит данные о расстояниях между грузоотправителями и грузополучателями. Выбор конкретного варианта определяется по последней цифре номера зачетной книжки сту-

дента n .

Таблица 1

		Грузоотправители			Грузополучатели			
		A_1, T	A_2, T	A_3, T	B_1, T	B_2, T	B_3, T	B_4, T
Предпоследняя цифра номера зачетной книжки m	1	100	70	60	40	90	60	40
	2	120	90	80	50	110	80	50
	3	140	110	100	60	130	100	60
	4	160	130	120	70	150	120	70
	5	180	150	140	80	170	140	80
	6	200	170	160	90	190	160	90
	7	220	190	180	100	210	180	100
	8	240	210	200	110	230	200	110
	9	260	230	220	120	250	220	120
	0	280	250	240	130	270	240	130

Таблица 2

		Расстояния между грузоотправителями и грузополучателями, км											
		A_1B_1	A_1B_2	A_1B_3	A_1B_4	A_2B_1	A_2B_2	A_2B_3	A_2B_4	A_3B_1	A_3B_2	A_3B_3	A_3B_4
Последняя цифра номера зачетной книжки n	1	8	13	4	7	5	9	7	4	15	19	35	17
	2	9	16	5	8	4	10	7	5	17	21	39	18
	3	10	17	6	9	6	10	8	5	19	25	43	16
	4	7	12	4	6	8	16	6	4	13	17	31	12
	5	11	18	6	8	9	12	8	6	16	21	38	17
	6	6	15	7	9	3	8	6	4	11	15	32	12
	7	12	19	6	9	7	15	9	8	14	18	42	15
	8	14	21	7	10	10	19	12	14	12	17	36	14
	9	13	18	6	9	5	11	4	7	15	21	46	20
	0	15	21	7	10	6	13	9	7	20	27	48	24

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Горев А.Э. Грузовые автомобильные перевозки: учебное пособие. - М.: Академия, 2008.
2. Зотов, Л.Л. Зотов, Л.Л. Основы теории автотранспортных систем. Учебное пособие,

Моделирование транспортных процессов

СПб.: Изд-во СЗТУ, 2008.

3. Кожин, А.П. Математические методы в планировании и управлении грузовыми автомобильными перевозками М.; Транспорт, 1994.

Дополнительная

1. Бортников, С. П. Управление предприятиями автомобильного транспорта: методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Управление техническими системами». Ульяновск: УлГТУ, 2008. - 35 с.

1. Постановка, математическая модель и алгоритм решения транспортной задачи

В практике часто встречается задача, которая заключается в том, что требуется доставить груз из нескольких пунктов отправления в несколько пунктов назначения. Стоимость доставки единицы груза от каждого пункта отправления в каждый пункт назначения известны. Требуется составить такой план перевозки (откуда, куда и сколько единиц везти), чтобы заявки были выполнены, а общая стоимость всех перевозок была минимальна. Это так называемая *транспортная задача*.

Она относится к частным задачам линейного программирования, которые, в силу особой своей структуры, допускают решение различными методами (метод Хичкова, метод Креко, метод потенциалов). В данной курсовой работе студентам предлагается решить транспортную задачу, используя метод потенциалов. Математически задача формулируется следующим образом. Имеются отправители грузов $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$ с имеющимся у каждого отправителя количеством груза $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_m$ тонн.

Имеются получатели груза $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_n$ с требуемым каждому количеством груза $b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_n$ тонн.

Каждый отправитель может удовлетворить запросы любого получателя.

Расстояния между отправителями и получателями известны и составляют l_{ij} км. Общее количество грузов, имеющееся у отправителей и требуемое получателю, равно.

Условие задачи записывается в виде таблицы 1.

Количество тонн груза для доставки в пункт B_j из всех

пунктов отправления равно

$$X_{1j} + X_{2j} + \dots + X_{mj} = \sum_{i=1}^m X_{ij},$$

где X_{ij} - количество тонн груза, предназначенного к отправке из A_i в B_j , а так как потребность пункта B_j составляет b_j тонн, то

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j.$$

Таблица 1

Матрица условий

Пункт от- правления	Пункт назначения						Наличие гру- за, т
	B_1	B_2	B_j	B_n	
A_1	ℓ_{11}	ℓ_{11}	ℓ_{1j}	ℓ_{1n}	a_1
A_2	ℓ_{21}	ℓ_{22}	ℓ_{2j}	ℓ_{2n}	a_2
A_i	ℓ_{i1}	ℓ_{i2}	ℓ_{ij}	ℓ_{in}	a_i
A_m	ℓ_{m1}	ℓ_{m2}	ℓ_{mj}	ℓ_{mn}	a_m
Потребность в грузе, т	b_1	b_2	b_j	b_n	$\Sigma b_j = \Sigma a_i$

Сказанное справедливо для любого пункта B_j , поэтому получаем систему n - уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{11} + X_{21} + \dots + X_{m1} = B_1, \\ X_{12} + X_{22} + \dots + X_{m2} = B_2, \\ \dots\dots\dots \\ X_{1n} + X_{2n} + \dots + X_{mn} = B_n. \end{array} \right.$$

С другой стороны общее количество груза, отправляемого из пункта A_i - во все пункты назначения B_j составит

$$X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{in} = \sum_{j=1}^n X_{ij}.$$

По условиям задачи эта сумма равна наличию груза в пункте A_i

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i.$$

Сказанное справедливо к любому пункту отправления, имеем m аналогичных (1) уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1n} = a_1, \\ X_{21} + X_{22} + \dots + X_{2n} = a_2, \\ \dots\dots\dots \\ X_{m1} + X_{m2} + \dots + X_{mn} = a_m. \end{array} \right.$$

Более компактно уравнения (1) и (2) записываются в форме

Моделирование транспортных процессов

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j.$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i.$$

Суммарная транспортная работа P из условий, таким образом, равна

$$P = \ell_{11} \cdot X_{11} + \ell_{12} \cdot X_{12} + \dots + \ell_{ij} \cdot X_{ij} + \dots + \ell_{mn} \cdot X_{mn} =$$
$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n l_{ij} \cdot x_{ij}.$$

Таким образом, в математической форме транспортная задача требует определения значений переменных X_{ij} , минимизирующих линейную формулу

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n l_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min. \quad (3)$$

При этом суммарное количество груза у отправителей должно быть равно количеству, требуемому получателю

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (4)$$

Рассмотрим метод потенциалов, который рекомендуется использовать в курсовой работе.

Этот метод реализуется с помощью строго регламентированной процедуры вычислений - алгоритма метода. Сам алгоритм



представлен на рисунке 1.

Моделирование транспортных процессов

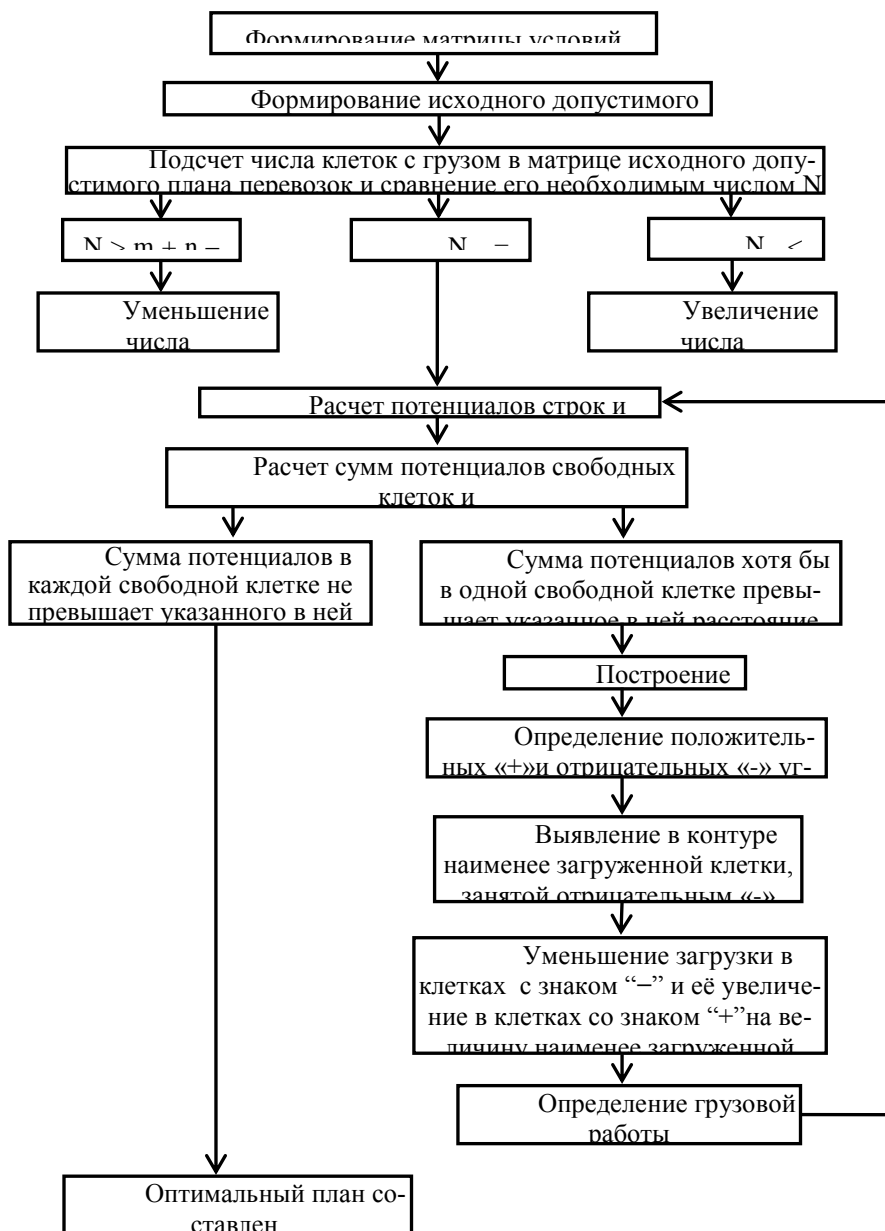


Рисунок 1.- Алгоритм метода

Задача формулируется так: имеется ряд поставщиков транспортно- однородного груза и ряд потребителей этого груза. Требуется получить

такой план закрепления, чтобы при перевозке грузов транспортная работа (т·км) была минимальной. Так как оптимизации подлежит транспортная работа, поэтому в качестве затрат в матрицу вводятся расстояния между всеми пунктами.

Рассмотрим решение задачи на конкретном примере.

Потребителям B_1 , B_2 , B_3 и B_4 требуется песок в количестве 30, 70, 40 и 30 тонн. На складах поставщиков A_1 , A_2 и A_3 имеется соответственно 80, 50 и 40 тонн.

Для решения задач по составлению оптимальных планов закрепления необходимо провести подготовительную работу, заключающуюся в определении следующих исходных данных:

1. Наименование грузоотправителей и объём поставок грузов.
2. Наименование грузополучателей и объёмы потребления.
3. Расстояние перевозки от каждого грузоотправителя до каждого получателя. Расстояния l_{ij} между пунктами отправления и пунктами назначения указаны в таблице 2

Таблица 2

Пункт отправления	Пункт назначения			
	B_1	B_2	B_3	B_4
		Расстояние, км		
A_1	9	15	5	8
A_2	4	9	6	5
A_3	16	22	40	18

2. Решение транспортной задачи

2.1 На основании исходных данных формируется матрица условий (таблица 3).

Таблица 3

Матрица условий

Пункт отправления	Пункт назначения				Наличие груза
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	9	15	5	8	80
A_2	4	9	6	5	50
A_3	16	22	40	18	40
Потребность в грузе	30	70	40	30	170

2.2 На основании матрицы условий (таблица 3) формируется исходный допустимый план перевозок (таблица 4)

В правых верхних углах таблицы 4 записаны расстояния между поставщиками и потребителями. Каждая из клеток представляет собой реальные маршруты перевозок груза в процессе решения задачи. В левой нижней части этих клеток будут записываться значения $X_{ij} > 0$, где X_{ij} - объём поставок.

Распределение груза по потребителям производится начиная с грузоотправителя A_1 и грузополучателя B_1 т.е. с клетки A_1B_1 . Потребность в грузе потребителя B_1 удовлетворяется полностью грузо-

82

отправителем A_1 . В клетку A_1B_1 записывается объём потребления грузополучателя $B_1 = 30$ т. Оставшийся в точке A_1 груз в количестве 50 т будет вывозиться потребителю B_2 .

Потребность в грузе потребителя B_2 удовлетворяется полностью грузоотправителем A_2 . В клетку A_2B_2 записывается объём потребления грузополучателя $B_2 = 20$ т. Оставшийся в точке A_2 груз в количестве 30 т будет вывозиться потребителю B_3 .

Потребность в грузе потребителя B_3 удовлетворяется полностью грузоотправителем A_3 . В клетку A_3B_3 записывается объём потребления грузополучателя $B_3 = 10$ т. Оставшийся в точке A_3 груз в количестве

30 т будет вывозиться потребителю В₄.

При нашем распределении груза по потребителям первой загруженной клеткой стала левая верхняя клетка А₁В₁ таблицы 4, остальные загруженные клетки расположились по диагонали, соединяющей левый верхний и правый нижний углы таблицы. Поэтому такой способ первоначального закрепления грузополучателей за грузоотправителями, а следовательно, способ первого заполнения таблицы, получил название „диагональный метод“, или „метод северо-западного угла“.

Полученный таким способом план закрепления потребителей груза за грузоотправителями является одним из возможных решений задачи. При этом общая грузовая работа будет определяться суммой произведений количества тонн груза на расстояние в каждой клетке таблицы 4 и равна:

$$30 \cdot 9 + 50 \cdot 15 + 20 \cdot 9 + 30 \cdot 6 + 10 \cdot 40 + 30 \cdot 18 = 2320 \text{ т} \cdot \text{км}.$$

Однако нельзя сказать, является ли полученный вариант решения оптимальным или нет. Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо выполнить следующие действия.

2.3 Подсчет числа клеток с грузом в таблице 4

В таблице 4 распределение груза по потребителям (закрепление потребителей за грузоотправителями) выразится в заполнении клеток А₁В₁, А₁В₂, А₂В₂, А₂В₃, А₃В₃, А₃В₄.

Таблица 4

Исходный допустимый план перевозок

Пункт отправ- ления	Пункт назначения				Нали- чие груза
	В ₁	В ₂	В ₃	В ₄	
	V ₁ = 9-0	V ₂ = 15-0	V ₃ = 12 6-(-6)	V ₄ = -10 18-28	
A ₁	30 9	50 15	5	8	80
A ₂	4	20 9	30 6	5	50
A ₃	16	22	10 40	30 18	40

Потребность в грузе	30	70	40	30	170
---------------------	----	----	----	----	-----

Условимся в дальнейшем называть клетки таблицы, в которых отмечено количество груза, перевозимого от грузоотправителя к данному грузополучателю, *загруженными*, а клетки без нагрузки – *свободными*. Количество *загруженных* клеток *всегда* должно равняться величине базиса, который будет равен $N = n + m - 1$ (n - число строк таблицы; m - число столбцов). В данном примере это условие соблюдено: $N = 3 + 4 - 1 = 6$.

Если число загруженных клеток будет меньше, чем $n + m - 1$, то потенциалы для некоторых строк и столбцов невозможно определить. Чтобы устранить это препятствие, недостающее количество клеток загружают нулями.

Загружать нулями следует те клетки, которые лежат на пересечении строк или столбцов, не имеющих потенциалов, со столбцами или строками, для которых уже определены. При этом наиболее целесообразно выбрать из этих клеток такие, в которых имеются наименьшие расстояния.

Клетки, загруженные нулями, рассматриваются как обычные загруженные клетки.

2.4 Расчет потенциалов строк и столбцов в таблице 4

Оценка оптимальности решения задачи выполняется на основе понятия «*потенциалов*», под которыми понимаются некоторые числа. Для нахождения этих чисел преобразуем таблицу 4 к виду, представленному в таблице 5. Эти числа (потенциалы) подбираются следующим образом.

Потенциал для первой строки таблицы **5** принимается равным *нулю*. Затем по *расстояниям загруженных клеток* подбираются потенциалы для других строчек и столбцов таблицы так, чтобы расстояние каждой **загруженной** клетки равнялось сумме потенциалов строки и столбца, в которых находится данная клетка:

$$L_{ij} = U_i + V_j$$

где U_i – потенциал строки; V_j – потенциал столбца.

Так, если для первой строки таблицы взят потенциал, рав-

Моделирование транспортных процессов

ный нулю, то потенциал первого столбца V_1 будет равен $V_1 = 9$, так как разность между расстоянием загруженной клетки и потенциалом первой строки равна $(9 - 0 = 9)$.

Потенциал второго столбца V_2 (V_2) будет равен $15 = (15 - 0)$, ибо расстояние загруженной клетки A_1B_2 равно 15.

Тогда *потенциал строки* A_2 (U_2) будет определен по расстоянию загруженной клетки A_2B_2 и найденному потенциалу столбца B_2 . $(U_2) = -6 = (9 - 15)$.

Потенциал столбца V_3 (V_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_2B_3 и найденный потенциал второй строки: $(V_3) = 12 = 6 - (-6)$.

Потенциал строки A_3 (U_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_3 и найденный потенциал третьего столбца B_3 (V_3). $(U_3) = 40 - 12 = 28$.

И, наконец, потенциал столбца V_4 (V_4) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_4 и найденный потенциал третьей строки $(V_4) = 18 - 28 = -10$.



Таблица 5

Пункт отправ- ления		Пункт назначения								На- и-чие груза	
		B ₁		B ₂		B ₃		B ₄			
		V ₁ = 0	9 -0	V ₂ = 15	15-0	V ₃ =12	6-(-6)	V ₄ = -10	18-28		
A ₁	U ₁ =0		9		15	12	12+0	5	- 10	8	80
		30		50			7			- 18	
A ₂	U ₂ =-6	3	9+(-6)	4			9	6	-16 -10+(-6)	5	50
			3		20	-	30			- 21	
A ₃	U ₃ =28	37	9+28	16	43	15+28	22			18	40
			21				2	40			
						10	1		30		
Потребность в грузе		30		70		40		30			170

2.5 Расчет сумм потенциалов свободных клеток и проверка клеток на потенциальность в таблице 5

После того как будут найдены потенциалы *строк и столбцов*, определяют их **сумму** для каждой *свободной* клетки таблицы 5. С целью исключения возможных ошибок обход свободных клеток целесообразно выполнять построчно. Вычисленные суммы записываются в *верхних левых углах* свободных клеток.

Моделирование транспортных процессов

Так для свободной клетки A_1B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 12$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_1 = 0$ первой строки A_1 , т.е. $V_3 + U_1 = 12 + 0 = 12$.

Для свободной клетки A_1B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = -10$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_1 = 0$ первой строки A_1 , т.е. $V_4 + U_1 = -10 + 0 = -10$.

Для свободной клетки A_2B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_2 = -6$ второй строки A_2 , т.е. $V_1 + U_2 = 9 + (-6) = 3$.

Для свободной клетки A_2B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = -10$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_2 = -6$ второй строки A_2 , т.е. $V_4 + U_2 = -10 + (-6) = -16$.

Для свободной клетки A_3B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_3 = 28$ третьей строки A_3 , т.е. $V_1 + U_3 = 9 + 28 = 37$.

Для свободной клетки A_3B_2 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_2 = 15$ второго столбца B_2 и потенциала $U_3 = 28$ третьей строки A_3 , т.е. $V_2 + U_3 = 15 + 28 = 43$.

При решении задачи **на минимум** оптимальный вариант будет получен в том случае, когда в *каждой свободной* клетке сумма потенциалов не превышает указанного в ней расстояния. При решении задачи **на максимум** - наоборот, когда сумма потенциалов превышает расстояние.

Если оптимальное решение не получено, то выявляется клетка с **наибольшим** потенциалом.

Клеткой, имеющей наибольший потенциал при решении задачи на минимум, является клетка, у которой имеется **наибольшая разность** между суммой потенциалов *строк и столбцов* и расстоянием, проставленным в клетке.

В таблице 5 определяется *свободная* клетка с наибольшим потенциалом:

$$A_1B_3 (V_3 + U_1) - 5 = 12 - 5 = 7.$$

$$A_1B_4 (V_4 + U_1) - 8 = -10 - 8 = -18.$$

$$A_2B_1 (V_1 + U_2) - 4 = 3 - 4 = -1.$$

$$A_2B_4 (V_4 + U_2) - 5 = -16 - 5 = -21.$$

$$A_3B_1 (V_3 + U_3) - 16 = 37 - 16 = 21.$$

Моделирование транспортных процессов

$$A_3B_2 \quad V_2 + U_3 - 22 = 43 - 22 = 21.$$

Вычисленные разности записываются в *нижних правых углах* свободных клеток таблицы 5.

Анализ показывает, что в таблице 5 таких клеток две:

A_3B_1 с потенциалом 21.

A_3B_2 с потенциалом 21.

Выбираем клетку A_3B_2 и для неё строим **контур**.

При решении задачи на минимум оптимальный вариант будет получен в том случае, когда в каждой свободной клетке сумма потенциалов не превышает указанного в ней расстояния. При решении задачи на максимум - наоборот, когда сумма потенциалов превышает расстояние.

2.6 Построение контура, перераспределение грузов и формирование нового плана

Контуром называется замкнутая ломаная линия, образованная прямыми отрезками, углы соединений между которыми равны 90° .

Строится контур так, чтобы все углы, кроме одного, располагались в загруженных клетках, а один угол находился в свободной, *наиболее потенциальной* клетке.

При соблюдении этих двух правил для каждой свободной клетки можно построить только один контур.

Определяют положительные (+) и отрицательные (-) углы контура, считая, что первый положительный угол лежит в свободной клетке, для которой строится контур, рядом с ним находятся отрицательные углы, рядом с отрицательными - положительные и т.д.

Количество положительных углов всегда равно количеству отрицательных углов контура.

Выявляют наименее загруженную клетку, занятую отрицательным углом контура. Количество груза, указанное в этой клетке, отнимается из всех клеток, занятых отрицательными углами контура, и прибавляется во все клетки, занятые положительными углами.

В результате такого действия одна или несколько из ранее загруженных клеток становятся свободными, а *наиболее потен-*

Моделирование транспортных процессов

циальная клетка становится *загруженной*. Ранее загруженные клетки, которые не оказались расположенными в углах контура, переносят в таблицу 5 нового варианта закрепления потребителей груза за грузоотправителями без изменений.

Действия повторяются до тех пор, пока не будет найден оптимальный вариант.

Оптимальным считается такой план, в котором сумма потенциалов в *каждой свободной* клетке *не превышает* указанного в ней расстояния.

На основе вышеизложенной методики построения контура строим **контур** для клетки A_3B_2 . Контур начинается с клетки A_3B_2 и включает в себя клетки: A_3B_3 ; A_2B_3 ; A_2B_2 (Таблица 5).

Определяются положительные (+) и отрицательные (-) углы контура, считая, что *первый положительный угол* лежит в свободной клетке (A_3B_2)

В построенном контуре **выявляется** наименее загруженная клетка, занятая отрицательным углом контура (A_3B_3) с грузом 10 т. Количество груза, указанное в этой клетке, отнимается из всех клеток, занятых отрицательными углами контура, и прибавляется во все клетки, занятые положительными углами.

В результате получается следующее распределение нагрузок по клеткам контура: $A_3B_2 -10$; $A_3B_3 -0$; $A_2B_3 -40=(30+10)$; $A_2B_2 -10=(20-10)$.

Такое перераспределение нагрузок по контуру дает новый вариант решения задачи (таблица 6)

При этом общая грузовая работа будет определяться суммой произведений количества тонн груза на расстояние в каждой клетке таблицы 6 и равна:

$$30 \cdot 9 + 50 \cdot 15 + 10 \cdot 9 + 40 \cdot 6 + 10 \cdot 22 + 30 \cdot 18 = 2110 \text{ т} \cdot \text{км}.$$



Таблица 6

Пункт отправ- ления		Пункт назначения										Нали- чие груза	
		B ₁		B ₂		B ₃		B ₄					
		V ₁ = 9	9-0	V ₂ = 15	15-0	V ₃ = 12	6-(-6)	V ₄ = 11	18-7				
A ₁	U ₁ =0	30	9	50	15	12	12+0	5	11	11+0	8	3	80
A ₂	U ₂ =-6	3	9+(-6)	4	9	40	6	5	11+(-6)	5	0	50	
A ₃	U ₃ =7	16	9+7	16	22	19	12+7	40	18	40			40
Потребность в грузе		30		70		40		30					170

Полученное по таблице 6 численное значение грузовой работы меньше значения, найденного по исходному плану (таблица 4)

$$2110 \text{ т} \cdot \text{км} < 2320 \text{ т} \cdot \text{км}.$$

Для признания его оптимальным необходимо, чтобы в *каждой свободной* клетке таблицы 6 сумма потенциалов не превышала указанного в ней расстояния. Чтобы сделать такое заключение обоснованным необходимо повторить алгоритм, начиная с п. 3 (Подсчет числа клеток с грузом) применительно к таблице 6.

2.7 Подсчет числа клеток с грузом в таблице 6

В таблице 6 распределение груза по потребителям (закрепление потребителей за грузоотправителями) выражено в заполнении клеток A_1B_1 , A_1B_2 , A_2B_2 , A_2B_3 , A_3B_2 , A_3B_4 . Загруженных клеток 6. Условие

$N = n + m - 1$ (n - число строк таблицы; m - число столбцов)
 $3 + 4 - 1 = 6$ выполняется.

2.8 Расчет потенциалов строк и столбцов в таблице 6

Потенциал для первой строки таблицы 6 принимается равным *нулю*. Тогда потенциал первого столбца будет равен $V_1 = 9$, так как разность между расстоянием загруженной клетки и потенциалом первой строки равна ($9 - 0 = 9$).

Потенциал второго столбца B_2 (V_2) будет равен $15 = (15 - 0)$, ибо расстояние загруженной клетки A_1B_2 равно 15.

Тогда *потенциал строки* A_2 (U_2) будет определен по расстоянию загруженной клетки A_2B_2 и найденному потенциалу столбца B_2 . ($U_2 = -6 = (9 - 15)$).

Потенциал столбца B_3 (V_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_2B_3 и найденный потенциал второй строки: ($V_3 = 12 =$

$$= 6 - (-6).$$

Потенциал строки A_3 (U_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_2 и найденный потенциал второго столбца B_2 (V_2). ($U_3 = 22 - 15 = 7$).

И, наконец, потенциал столбца B_4 (V_4) определяется через **расстояние загруженной клетки A_3B_4 и найденный потенциал третьей строки** ($V_4 = 18 - 7 = 11$).

Выпишем отдельно загруженные клетки и значения потенциалов строк и столбцов таблицы 6, полученные на основании этих клеток:

$$A_1B_1 \quad 9 - 0 \rightarrow V_1 = 9$$

$$A_1B_2 \quad 15 - 0 \rightarrow V_2 = 15$$

$$A_2B_2 \quad 9 - 15 \rightarrow U_2 = -6$$

$$A_2B_3 \quad 6 - (-6) \rightarrow V_3 = 12$$

$$A_3B_2 \quad 22 - 15 \rightarrow U_3 = 7$$

$$A_3B_4 \quad 18 - 7 \rightarrow V_4 = 11$$

2.9 Расчет сумм потенциалов свободных клеток и проверка клеток на потенциальность в таблице 6

Для свободной клетки A_1B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 12$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_1 = 0$ первой строки A_1 , т.е. $V_3 + U_1 = 12 + 0 = 12$.

Для свободной клетки A_1B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = 11$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_1 = 0$ первой строки A_1 , т.е. $V_4 + U_1 = 11 + 0 = 11$.

Для свободной клетки A_2B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_2 = -6$ второй строки A_2 , т.е. $V_1 + U_2 = 9 + (-6) = 3$.

Для свободной клетки A_2B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = 11$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_2 = -6$ второй строки A_2 , т.е. $V_4 + U_2 = 11 + (-6) = 5$.

Для свободной клетки A_3B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_3 = 7$ третьей строки A_3 , т.е. $V_1 + U_3 = 9 + 7 = 16$.

Для свободной клетки A_3B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 12$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_3 = 7$ третьей строки A_3 , т.е. $V_3 + U_3 = 12 + 7 = 19$.

Выпишем отдельно свободные клетки и значения **сумм потенциалов свободных клеток** таблицы 6:

$$A_1B_3 \quad 12 + 0 = 12.$$

$$A_1B_4 \quad 11 + 0 = 11.$$

$$A_2B_1 \quad 9 + (-6) = 3.$$

$$A_2B_4 \quad 11 + (-6) = 5.$$

$$A_3B_1 \quad 9 + 7 = 16.$$

$$A_3B_3 \quad 12 + 7 = 19.$$

Вычисленные суммы записываются в *верхних левых*

Моделирование транспортных процессов

углах свободных клеток.

В таблице 6 определяется *свободная* клетка с наибольшим потенциалом:

$$A_1B_3 (V_3 + U_1) - 5 = 12 - 5 = 7.$$

$$A_1B_4 (V_4 + U_1) - 8 = 11 - 8 = 3.$$

$$A_2B_1 (V_1 + U_2) - 3 = 3 - 4 = -1.$$

$$A_2B_4 (\mathbf{V_4} + U_2) - 5 = 5 - 5 = 0.$$

$$A_3B_1 (V_1 + U_3) - 16 = 16 - 16 = 0$$

$$A_3B_3 (V_3 + U_3) - 40 = 19 - 40 = -21.$$

Вычисленные разности записываются в *нижних правых углах* свободных клеток таблицы 6.

Анализ показывает, что из числа *свободных* клеток таблицы 6 клеткой с наибольшим потенциалом является A_1B_3 .

Для клетки A_1B_3 строим **контур** по вышеизложенной в п. 6 методике.

Контур начинается с клетки A_1B_3 и включает в себя клетки: A_1B_2 ; A_2B_2 ; A_2B_3 (Таблица 6).

Определяются положительные (+) и отрицательные (-) углы контура, считая, что *первый положительный угол* лежит в свободной клетке (A_1B_3)

В построенном контуре **выявляется** наименее загруженная клетка, занятая отрицательным углом контура. Это клетка (A_2B_3) с грузом 40 т. Количество груза, указанное в этой клетке, отнимается из всех клеток, занятых отрицательными углами контура, и прибавляется во все клетки, занятые положительными углами.

В результате получается следующее распределение нагрузок по клеткам контура: $A_1B_2 - 10 = (50-40)$; $A_1B_3 - 40 = (0+40)$; $A_2B_2 - 50 = (10+40)$; $A_2B_3 - 0 = (40-40)$.

Такое перераспределение нагрузок по контуру дает новый вариант решения задачи (таблица 7)



Таблица 7

Пункт отправ- ления		Пункт назначения								Нал и-чие груза
		B ₁		B ₂		B ₃		B ₄		
		V ₁ = 9	9-0	V ₂ = 15	15-0	V ₃ =5	5-0	V ₄ = 11	18-7	
A ₁	U ₁ =0		9		<div>1 5</div>	12 12+0	5	11 11+0	8	80
		30		10	+	40			3	
A ₂	U ₂ =-6	3 9+(-6)	4		<div>9</div>	-1 5+(-6)	6	5 11+(-6)	5	50
			-1	50			- 7		0	
A ₃	U ₃ =7	16 9+7	16		<div>2 2</div>	12 5+7	40		18	40
			0	10			- 28	30		
Потребность в грузе		30		70		40		30		170

При этом общая грузовая работа будет определяться суммой произведений количества тонн груза на расстояние в каждой клетке таблицы 7 и равна:

$$30 \cdot 9 + 10 \cdot 15 + 40 \cdot 5 + 50 \cdot 9 + 10 \cdot 22 + 30 \cdot 18 = 1830 \text{ т} \cdot \text{км}.$$

Полученное по таблице 7 численное значение грузовой работы меньше значения, найденного по предыдущему плану (таблица 6)

$$1830 \text{ т} \cdot \text{км} < 2110 \text{ т} \cdot \text{км}$$

Для признания его оптимальным необходимо, чтобы в *каждой свободной* клетке таблицы 7 сумма потенциалов не превышала **указанного в ней расстояния**. Чтобы сделать такое заключение обоснованным необходимо повторить алгоритм, начиная с п. 3 (Подсчет числа клеток с грузом) применительно к таблице 7.

2.10 Подсчет числа клеток с грузом в таблице 7

В таблице 7 распределение груза по потребителям (закрепление потребителей за грузоотправителями) выражено в заполнении клеток A_1B_1 , A_1B_2 , A_1B_3 , A_2B_2 , A_3B_2 , A_3B_4 . Загруженных клеток 7. Условие

$N = n + m - 1$ (n - число строк таблицы; m - число столбцов)
 $3 + 4 - 1 = 6$ выполняется.

2.11. Расчет потенциалов строк и столбцов в таблице

7

Потенциал для первой строки таблицы 7 принимается равным *нулю*. Тогда потенциал первого столбца будет равен $V_1 = 9$, так как разность между расстоянием загруженной клетки и потенциалом первой строки равна ($9 - 0 = 9$).

Потенциал второго столбца B_2 (V_2) будет равен $15 = (15 - 0)$, ибо расстояние загруженной клетки A_1B_2 равно 15.

Тогда *потенциал строки* A_2 (U_2) будет определен по расстоянию загруженной клетки A_2B_2 и найденному потенциалу столбца B_2 . (U_2) = $-6 = (9 - 15)$.

Потенциал строки A_3 (U_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_2 и найденный потенциал второго столбца B_2 . (U_3) = $7 = 22 - 15$.

Потенциал столбца B_3 (V_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_1B_3 и потенциал первой строки: (V_3) = $5 = 5 - 0$.

И, наконец, потенциал столбца B_4 (V_4) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_4 и найденный потенциал третьей строки (V_4) = $11 = 18 - 7$.

Моделирование транспортных процессов

Выпишем отдельно загруженные клетки и значения потенциалов строк и столбцов таблицы 7, полученные на основании этих клеток:

$$A_1B_1 \quad 9 - 0 \rightarrow V_1 = 9.$$

$$A_1B_2 \quad 15 - 0 \rightarrow V_2 = 15.$$

$$A_2B_2 \quad 9 - 15 \rightarrow U_2 = -6.$$

$$A_3B_2 \quad 22 - 15 \rightarrow U_3 = 7.$$

$$A_1B_3 \quad 5 - 0 \rightarrow V_3 = 5.$$

$$A_3B_4 \quad 18 - 7 \rightarrow V_4 = 11.$$

**2.12 Расчет сумм потенциалов свободных
клеток и проверка клеток на потенциальность
таблицы 7**

Для свободной клетки A_1B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = 11$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_1 = 0$ первой строки A_1 , т.е. $V_4 + U_1 = 11 + 0 = 11$.

Для свободной клетки A_2B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_2 = -6$ второй строки A_2 , т.е. $V_1 + U_2 = 9 + (-6) = 3$.

Для свободной клетки A_2B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 5$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_2 = -6$ второй строки A_2 , т.е. $V_3 + U_2 = 5 + (-6) = -1$.

Для свободной клетки A_2B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = 11$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_2 = -6$ второй строки A_2 , т.е. $V_4 + U_2 = 11 + (-6) = 5$.

Для свободной клетки A_3B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_3 = 7$ третьей строки A_3 , т.е. $V_3 + U_3 = 9 + 7 = 16$.

Для свободной клетки A_3B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 5$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_3 = 7$ третьей строки A_3 , т.е. $V_3 + U_3 = 5 + 7 = 12$.

Выпишем отдельно свободные клетки и значения **сумм потенциалов свободных клеток** таблицы 7:

$$A_1B_4 \quad 11 + 0 = 11.$$

$$A_2B_1 \quad 9 + (-6) = 3.$$

$$A_2B_3 \quad 5 + (-6) = -1.$$

Моделирование транспортных процессов

$$A_2B_4 \quad 11 + (-6) = 5.$$

$$A_3B_1 \quad 9 + 7 = 16.$$

$$A_3B_3 \quad 5 + 7 = 12.$$

Вычисленные суммы записываются в *верхних левых углах* свободных клеток.

В таблице 7 определяется *свободная* клетка с наибольшим потенциалом:

$$A_1B_4 \quad (V_4 + U_1) - 8 = 11 - 8 = 3.$$

$$A_2B_1 \quad (V_1 + U_2) - 4 = 3 - 4 = -1.$$

$$A_2B_3 \quad (V_3 + U_2) - 6 = -1 - 6 = -7.$$

$$A_2B_4 \quad (V_4 + U_2) - 5 = 5 - 5 = 0.$$

$$A_3B_1 \quad (V_1 + U_3) - 16 = 16 - 16 = 0$$

$$A_3B_3 \quad (V_3 + U_3) - 40 = 12 - 40 = -28.$$

Вычисленные разности записываются в *нижних правых углах* свободных клеток таблицы 7.

Анализ показывает, что из числа свободных клеток таблицы 7 клеткой с наибольшим потенциалом является A_1B_4 . Её суммарный потенциал $(V_4 + U_1) - 8 = (11 + 0) - 8 = 3$.

Для клетки A_1B_4 строим **контур** по вышеизложенной в п. 6 методике.

Контур начинается с клетки A_1B_4 и включает в себя клетки: A_1B_3 ; A_1B_2 ; A_2B_2 ; A_3B_2 ; A_3B_3 ; A_3B_4 ; A_2B_4 (Таблица 7).

Определяются положительные (+) и отрицательные (-) углы контура, считая, что *первый положительный угол* лежит в свободной клетке (A_1B_4)

В построенном контуре **выявляется** наименее загруженная клетка, занятая отрицательным углом контура. Это клетка (A_1B_2) с грузом 10 т. Количество груза, указанное в этой клетке, отнимается из всех клеток, занятых отрицательными углами контура, и прибавляется во все клетки, занятые положительными углами.

В результате получается следующее распределение нагрузок по клеткам контура: $A_1B_2 - 0 = (10-10)$; $A_1B_4 - 10 = (0+10)$; $A_3B_2 - 20 = (10+10)$; $A_2B_4 - 20 = (30-10)$.

Такое перераспределение нагрузок по контуру дает новый вариант решения задачи (таблица 8)

При этом общая грузовая работа будет определяться суммой произведений количества тонн груза на расстояние в каждой клетке таблицы 8 и равна:

$$30 \cdot 9 + 40 \cdot 5 + 10 \cdot 8 + 50 \cdot 9 + 20 \cdot 22 + 20 \cdot 18 = 1800 \text{ т} \cdot \text{км}.$$

Полученное по таблице 8 численное значение грузовой работы меньше значения, найденного по предыдущему плану (таблица 7)

$$1800 \text{ т} \cdot \text{км} < 1830 \text{ т} \cdot \text{км}$$

Для признания его оптимальным необходимо, чтобы в *каждой свободной* клетке таблицы 8 сумма потенциалов не превышала указанного в ней расстояния. С этой целью следует повторить пункты алгоритма применительно к таблице 8, начиная с п. 3.



Таблица 8

Пункт отправ- ления		Пункт назначения								Нал и-чие груза
		B ₁		B ₂		B ₃		B ₄		
		V ₁ =9	9-0	V ₂ =12	22-10	V ₃ =5	5-0	V ₄ =8	8-0	
A ₁	U ₁ =0		9	12 12+0	15		5		8	80
		30			-3	40		10		
A ₂	U ₂ = - 3	6 9+(-3)	4		9	2 5+(-3)	6	5 8+(- 3)	5	50
			2	50			- 4		0	
A ₃	U ₃ =10	19 9+10	16		22	15 5+10	40		1 8	40
			3	20			- 25	20		
Потребность в грузе		30		70		40		30		170

2.13 Подсчет числа клеток с грузом в таблице 8

В таблице 8 распределение груза по потребителям (закрепление потребителей за грузоотправителями) выражено в заполнении клеток A₁B₁, A₁B₃, A₁B₄, A₂B₂, A₃B₂, A₃B₄. Загруженных клеток 6. Условие

$n + m - 1$ (n - число строк таблицы; m - число столбцов) $3 + 4 - 1 = 6$ выполняется.

2.14. Расчет потенциалов строк и столбцов в таблице 8

Потенциал для первой строки таблицы 8 принимается равным *нулю* $U_1=0$ и записывается в таблицу 8. Тогда потенциал первого столбца будет равен $V_1 = 9$, так как разность между расстоянием загруженной клетки и потенциалом первой строки равна ($9 - 0 = 9$). Значение потенциала $V_1 = 9$ и последующих потенциалов строк и столбцов записываются в таблицу 8.

Потенциал столбца B_3 (V_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_1B_3 и потенциал первой строки: (V_3)= $5 = (5-0)$.

Потенциал столбца B_4 (V_4) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_4 и потенциал первой строки (V_4)= $8=(8 - 0)$.

Потенциал строки A_3 (U_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_4 и найденный потенциал четвертого столбца B_4 (V_4). (U_3) = $10=(18-8)$.

Потенциал второго столбца B_2 (V_2) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_2 и потенциал третьей строки: (U_3)= $12 = (22-10)$.

Тогда *потенциал строки* A_2 (U_2) будет определен по расстоянию загруженной клетки A_2B_2 и найденному потенциалу столбца B_2 . (U_2)= $- 3 = (9 - 12)$.

Выпишем отдельно загруженные клетки и значения потенциалов строк и столбцов таблицы 8, полученные на основании этих клеток:

$$A_1B_1 \quad 9 - 0 \rightarrow V_1 = 9.$$

$$A_1B_3 \quad 5 - 0 \rightarrow V_3 = 5.$$

$$A_1B_4 \quad 8 - 0 \rightarrow V_4 = 8.$$

$$A_3B_4 \quad 18 - 8 \rightarrow U_3 = 10.$$

$$A_3B_2 \quad 22 - 10 \rightarrow V_2 = 12.$$

$$A_2B_2 \quad 9 - 12 \rightarrow U_2 = - 3.$$

2.15 Расчет сумм потенциалов свободных клеток и проверка клеток на потенциальность таблицы 8

Для свободной клетки A_1B_2 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_2 = 12$ второго столбца B_2 и потенциала $U_1 = 0$ первой строки A_1 , т.е. $V_2 + U_1 = 12 + 0 = 12$.

Для свободной клетки A_2B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_2 = -3$ второй строки A_2 , т.е. $V_1 + U_2 = 9 + (-3) = 6$.

Для свободной клетки A_2B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 5$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_2 = -3$ второй строки A_2 , т.е. $V_3 + U_2 = 5 + (-3) = 2$.

Для свободной клетки A_2B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = 8$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_2 = -3$ второй строки A_2 , т.е. $V_4 + U_2 = 8 + (-3) = 5$.

Для свободной клетки A_3B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_3 = 10$ третьей строки A_3 , т.е. $V_1 + U_3 = 9 + 10 = 19$.

Для свободной клетки A_3B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 5$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_3 = 10$ третьей строки A_3 , т.е. $V_3 + U_3 = 5 + 10 = 15$.

Выпишем отдельно свободные клетки и значения **сумм потенциалов свободных клеток** таблицы 8:

$$A_1B_2 \quad 12 + 0 = 12.$$

$$A_2B_1 \quad 9 + (-3) = 6.$$

$$A_2B_3 \quad 5 + (-3) = 2.$$

$$A_2B_4 \quad 8 + (-3) = 5.$$

$$A_3B_1 \quad 9 + 10 = 19.$$

$$A_3B_3 \quad 5 + 10 = 15.$$

Вычисленные суммы записываются в *верхних левых углах* свободных клеток.

В таблице 8 определяется *свободная* клетка с наибольшим потенциалом:

Моделирование транспортных процессов

$$A_1B_2 (V_2 + U_1) - 15 = 12 - 15 = - 3.$$

$$A_2B_1 (V_1 + U_2) - 4 = 6 - 4 = 2.$$

$$A_2B_3 (V_3 + U_2) - 6 = 2 - 6 = - 4.$$

$$A_2B_4 (V_4 + U_2) - 5 = 5 - 5 = 0.$$

$$A_3B_1 (V_1 + U_3) - 16 = 19 - 16 = 3$$

$$A_3B_3 (V_3 + U_3) - 40 = 15 - 40 = - 25.$$

Вычисленные разности записываются в *нижних правых углах* свободных клеток таблицы 8.

Анализ показывает, что из числа свободных клеток таблицы 8 клеткой с наибольшим потенциалом является A_3B_1 . Её суммарный потенциал $(V_1 + U_3) - 16 = (9+10) - 16=3$.

Для клетки A_3B_1 строим **контур** по вышеизложенной в п. 6 методике.

Контур начинается с клетки A_3B_1 и включает в себя клетки: A_3B_2 ; A_3B_3 ; A_3B_4 ; A_2B_4 ; A_1B_4 ; A_1B_3 ; A_1B_2 ; A_1B_1 ; A_2B_1 ; (Таблица 8).

Определяются положительные (+) и отрицательные (-) углы контура, считая, что *первый положительный угол* лежит в свободной клетке (A_3B_1)

В построенном контуре **выявляется** наименее загруженная клетка, занятая отрицательным углом контура. Это клетка (A_3B_4) с грузом 20 т. Количество груза, указанное в этой клетке, отнимается из всех клеток, занятых отрицательными углами контура, и прибавляется во все клетки, занятые положительными углами.

В результате получается следующее распределение нагрузок по клеткам контура: $A_1B_1 - 10 = (30-20)$; $A_1B_4 - 30 = (10+20)$; $A_3B_1 - 20 = (0+20)$; $A_3B_4 - 0 = (20 -20)$.

Такое перераспределение нагрузок по контуру дает новый вариант решения задачи (таблица 9)

При этом общая грузовая работа будет определяться суммой произведений количества тонн груза на расстояние в каждой клетке таблицы 9 и равна:

$$10 \cdot 9 + 40 \cdot 5 + 30 \cdot 8 + 50 \cdot 9 + 20 \cdot 16 + 20 \cdot 22 = 1740 \text{ т} \cdot \text{км}.$$

Полученное по таблице 8 численное значение грузовой

Моделирование транспортных процессов

работы меньше значения, найденного по предыдущему плану (таблица 7)

$$1740 \text{ т} \cdot \text{км} < 1800 \text{ т} \cdot \text{км}$$

Для признания его оптимальным необходимо, чтобы в *каждой свободной* клетке таблицы 9 сумма потенциалов не превышала указанного в ней расстояния. С этой целью следует повторить пункты алгоритма применительно к таблице 9, начиная с п. 3.



Таблица 9

Пункт отправ- ления		Пункт назначения										Нал и-чие груза	
		B ₁		B ₂		B ₃		B ₄					
		V ₁ =9	9-0	V ₂ =17	22-5	V ₃ =5	5-0	V ₄ =8	8-0				
A ₁	U ₁ =0		9	17 17+0	15		5			8	80		
		10			2	40		30					
A ₂	U ₂ = - 8	1	9+(-8)	4		9	-3 8)	5+(-	6	0	8+(-8)	5	50
				- 3	50			- 9			- 5		
A ₃	U ₃ = 5		16		22	10	5+5	40	13	8+5	1 8	40	
		20		20				- 30			- 5		
Потребность в грузе		30		70		40		30			170		

2.16 Подсчет числа клеток с грузом в таблице 9

В таблице 9 распределение груза по потребителям (закрепление потребителей за грузоотправителями) выражено в заполнении клеток A_1B_1 , A_1B_3 , A_1B_4 , A_2B_2 , A_3B_1 , A_3B_2 . Загруженных клеток 6. Условие

$n + m - 1$ (n - число строк таблицы; m - число столбцов) $3 + 4 - 1 = 6$ выполняется.

2.17 Расчет потенциалов строк и столбцов в таблице 9

Потенциал для первой строки таблицы 9 принимается равным нулю $U_1=0$ и записывается в таблицу 9. Тогда потенциал первого столбца будет равен $V_1 = 9$, так как разность между расстоянием загруженной клетки и потенциалом первой строки равна ($9 - 0 = 9$). Значение потенциала $V_1 = 9$ последующих потенциалов строк и столбцов записываются в таблицу 9.

Потенциал строки A_3 (U_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_1 и найденный потенциал первого столбца B_1 (V_1). $(U_3) = 5 = (16 - 9)$.

Потенциал второго столбца B_2 (V_2) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_2 и потенциал третьей строки (U_3). $V_2 = 17 = (22 - 5)$.

Потенциал второй строки A_2 (U_2) определяется через расстояние загруженной клетки A_2B_2 и потенциал столбца B_2 . $(U_2) = -8 = (9 - 17)$.

Потенциал столбца B_3 (V_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_1B_3 и потенциал первой строки: $(V_3) = 5 = (5 - 0)$.

Потенциал столбца B_4 (V_4) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_4 и потенциал первой строки $(V_4) = 8 = (8 - 0)$.

Выпишем отдельно загруженные клетки и значения потенциалов строк и столбцов таблицы 8, полученные на основании этих клеток:

$$A_1B_1 \quad 9 - 0 \rightarrow V_1 = 9.$$

$$A_3B_1 \quad 16 - 9 \rightarrow V_3 = 5.$$

$$A_3B_2 \quad 22 - 5 \rightarrow V_2 = 17.$$

$$A_2B_2 \quad 9 - 17 \rightarrow U_2 = -8.$$

$$A_1B_3 \quad 5 - 0 \rightarrow V_3 = 5.$$

$$A_1B_4 \quad 8 - 0 \rightarrow V_4 = 8.$$

2.18 Расчет сумм потенциалов свободных клеток и проверка клеток на потенциальность таблицы 9

Для свободной клетки A_1B_2 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_2 = 12$ второго столбца B_2 и потенциала $U_1 = 0$ первой строки A_1 , т.е. $V_2 + U_1 = 17 + 0 = 17$.

Для свободной клетки A_2B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_2 = -8$ второй строки A_2 , т.е. $V_1 + U_2 = 9 + (-8) = 1$.

Для свободной клетки A_2B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 5$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_2 = -8$ второй строки A_2 , т.е. $V_3 + U_2 = 5 + (-8) = -3$.

Для свободной клетки A_2B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = 8$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_2 = -8$ второй строки A_2 , т.е. $V_4 + U_2 = 8 + (-8) = 0$.

Для свободной клетки A_3B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 5$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_3 = 5$ третьей строки A_3 , т.е. $V_3 + U_3 = 5 + 5 = 10$.

Для свободной клетки A_3B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = 8$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_3 = 5$ третьей строки A_3 , т.е. $V_4 + U_3 = 8 + 5 = 13$.

Выпишем отдельно свободные клетки и значения **сумм потенциалов свободных клеток** таблицы 9:

$$A_1B_2 \quad 17 + 0 = 17.$$

$$A_2B_1 \quad 9 + (-8) = 1.$$

$$A_2B_3 \quad 5 + (-8) = -3.$$

$$A_2B_4 \quad 8 + (-8) = 0.$$

$$A_3B_3 \quad 5 + 5 = 10.$$

$$A_3B_4 \quad 8 + 5 = 13.$$

Вычисленные суммы записываются в *верхних левых углах* свободных клеток.

В таблице 9 определяется *свободная* клетка с наибольшим потенциалом:

$$A_1B_2 \quad (V_2 + U_1) - 15 = 17 - 15 = 2.$$

Моделирование транспортных процессов

$$A_2B_1 (V_1 + U_2) - 4 = 1 - 4 = - 3.$$

$$A_2B_3 (V_3 + U_2) - 6 = - 3 - 6 = - 9.$$

$$A_2B_4 (V_4 + U_2) - 5 = 0 - 5 = - 5.$$

$$A_3B_3 (V_3 + U_3) - 40 = 10 - 40 = - 30.$$

$$A_3B_4 (V_4 + U_3) - 18 = 13 - 18 = - 5.$$

Вычисленные разности записываются в *нижних правых углах* свободных клеток таблицы 9.

Анализ показывает, что из числа свободных клеток таблицы 9 клеткой с наибольшим потенциалом является A_1B_2 . Её суммарный потенциал $(V_2 + U_1) - 15 = (17+0) - 15 = 2$

Для клетки A_1B_2 строим **контур** по вышеизложенной в п. 6 методике.

Контур начинается с клетки A_1B_2 и включает в себя клетки: A_1B_1 ; A_2B_1 ; A_3B_1 ; A_3B_2 ; A_2B_2 ; (Таблица 9).

Определяются положительные (+) и отрицательные (-) углы контура, считая, что *первый положительный угол* лежит в свободной клетке (A_1B_2)

В построенном контуре **выявляется** наименее загруженная клетка, занятая отрицательным углом контура. Это клетка (A_1B_1) с грузом 10 т. Количество груза, указанное в этой клетке, отнимается из всех клеток, занятых отрицательными углами контура, и прибавляется во все клетки, занятые положительными углами.

В результате получается следующее распределение нагрузок по клеткам контура: $A_1B_1 - 0 = (10-10)$; $A_1B_2 - 10 = (0+10)$; $A_3B_1 - 30 = (20+10)$; $A_3B_2 - 10 = (20 -10)$.

Такое перераспределение нагрузок по контуру дает новый вариант решения задачи (таблица 10)



Таблица 10

Пункт отправ- ления		Пункт назначения								Нал и-чие груза			
		B ₁			B ₂		B ₃		B ₄				
		V ₁ =9	16-7		V ₂ =15	15-0	V ₃ =5	5-0	V ₄ =8		8-0		
A ₁	U ₁ =0	9	9+0	9		15		5		8	80		
				0	10		40		30				
A ₂	U ₂ = -6	3	9+(-6)	4		9	-1	5+(- 6)	6	2	8+(-6)	5	50
				- 1	50			- 7			- 3		
A ₃	U ₃ = 7			16		22	12	5+7	40	15	8+7	1	40
								2	8			- 3	
Потребность в грузе		30			70		40		30			170	

При этом общая грузовая работа будет определяться суммой произведений количества тонн груза на расстояние в каждой клетке таблицы 10 и равна:

$$10 \cdot 15 + 40 \cdot 5 + 30 \cdot 8 + 50 \cdot 9 + 30 \cdot 16 + 10 \cdot 22 = 1740 \text{ т} \cdot \text{км}.$$

Полученное по таблице 9 численное значение грузовой работы равно найденному по предыдущему плану (таблица 9)

$$1740 \text{ т} \cdot \text{км} = 1740 \text{ т} \cdot \text{км}$$

Для признания его оптимальным необходимо, чтобы в *каждой свободной* клетке таблицы 10 сумма потенциалов не превышала указанного в ней расстояния. С этой целью следует повторить пункты алгоритма применительно к таблице 10, начиная с п. 3.

2.19 Подсчет числа клеток с грузом в таблице 10

В таблице 10 распределение груза по потребителям (закрепление потребителей за грузоотправителями) выражено в заполнении клеток A_1B_2 , A_1B_3 , A_1B_4 , A_2B_2 , A_3B_1 , A_3B_2 . Загруженных клеток 6. Условие

$n + m - 1$ (n - число строк таблицы; m - число столбцов) $3 + 4 - 1 = 6$ выполняется.

2.20 Расчет потенциалов строк и столбцов в таблице 10

Потенциал для первой строки принимается равным *нулю* $U_1=0$ и записывается в таблицу 10. Тогда потенциал второго столбца будет равен $V_2 = 15$, так как разность между расстоянием загруженной клетки и потенциалом первой строки равна ($15 - 0 = 15$). Значение потенциала $V_2 = 15$ последующих потенциалов строк и столбцов записываются в таблицу 10.

Потенциал столбца B_3 (V_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_1B_3 и потенциал первой строки: (V_3)= $5 = (5-0)$.

Потенциал столбца B_4 (V_4) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_4 и потенциал первой строки (V_4)= $8=(8 - 0)$.

Потенциал второй строки A_2 (U_2) определяется через расстояние загруженной клетки A_2B_2 и потенциал столбца B_2 . (U_2)= $-6=(9 - 15)$.

Потенциал строки A_3 (U_3) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_1 и потенциал второго столбца B_1 (V_2). (U_3) = $7=(22 - 15)$.

Потенциал первого столбца V_1 (V_1) определяется через расстояние загруженной клетки A_3B_1 и потенциал третьей строки: $(U_3) = 9 = (16 - 7)$.

Выпишем отдельно загруженные клетки и значения потенциалов строк и столбцов таблицы 10, полученные на основании этих клеток:

$$A_1B_2 \quad 15 - 0 \rightarrow V_2 = 15.$$

$$A_1B_3 \quad 5 - 0 \rightarrow V_3 = 5.$$

$$A_1B_4 \quad 8 - 0 \rightarrow V_4 = 8.$$

$$A_2B_2 \quad 9 - 15 \rightarrow V_2 = -6.$$

$$A_3B_2 \quad 22 - 15 \rightarrow U_3 = 7.$$

$$A_3B_1 \quad 16 - 7 \rightarrow V_1 = 9.$$

2.21 Расчет сумм потенциалов свободных клеток и проверка клеток на потенциальность таблицы 10

Для свободной клетки A_1B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_1 = 0$ первой строки A_1 , т.е. $V_1 + U_1 = 9 + 0 = 9$.

Для свободной клетки A_2B_1 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_1 = 9$ первого столбца B_1 и потенциала $U_2 = -6$ второй строки A_2 , т.е. $V_1 + U_2 = 9 + (-6) = 3$.

Для свободной клетки A_2B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 5$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_2 = -6$ второй строки A_2 , т.е. $V_3 + U_2 = 5 + (-6) = -1$.

Для свободной клетки A_2B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = 8$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_2 = -6$ второй строки A_2 , т.е. $V_4 + U_2 = 8 + (-6) = 2$.

Для свободной клетки A_3B_3 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_3 = 5$ третьего столбца B_3 и потенциала $U_3 = 7$ третьей строки A_3 , т.е. $V_3 + U_3 = 5 + 7 = 12$.

Для свободной клетки A_3B_4 потенциал определяется как **алгебраическая сумма** потенциала $V_4 = 8$ четвертого столбца B_4 и потенциала $U_3 = 7$ третьей строки A_3 , т.е. $V_4 + U_3 = 8 + 7 = 15$.

Выпишем отдельно свободные клетки и значения **сумм потенциалов свободных клеток** таблицы 10:

$$A_1B_1 \quad 9 + 0 = 9$$

Моделирование транспортных процессов

$$A_2B_1 \quad 9 + (-6) = 3.$$

$$A_2B_3 \quad 5 + (-6) = -1.$$

$$A_2B_4 \quad 8 + (-6) = 2.$$

$$A_3B_3 \quad 5 + 7 = 12.$$

$$A_3B_4 \quad 8 + 7 = 15.$$

Вычисленные суммы записываются в *верхних левых углах* свободных клеток.

В таблице 10 определяется *свободная* клетка с наибольшим потенциалом:

$$A_1B_1 \quad (V_2 + U_1) - 9 = 9 - 9 = 0.$$

$$A_2B_1 \quad (V_1 + U_2) - 4 = 3 - 4 = -1$$

$$A_2B_3 \quad (V_3 + U_2) - 6 = -1 - 6 = -7.$$

$$A_2B_4 \quad (V_4 + U_2) - 5 = 2 - 5 = -3.$$

$$A_3B_3 \quad (V_3 + U_3) - 40 = 12 - 40 = -28.$$

$$A_3B_4 \quad (V_4 + U_3) - 40 = 15 - 18 = -3.$$

Вычисленные разности записываются в *нижних правых углах* свободных клеток таблицы 10.

Из анализа следует, что в *каждой свободной клетке* таблицы 10 ***сумма потенциалов не превышает указанного в ней расстояния, в результате чего полученный план перевозки является оптимальным по критерию минимума транспортной работы. Поставленная цель достигнута. Задача решена.***

ПЕРЕЧЕНЬ КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

1. Транспортный процесс и его элементы.
2. Формирование показателей работы в транспортном процессе.
3. Регулирование транспортной деятельности.
4. Принципы планирования грузовых перевозок.
5. Задачи оптимизации и их место в планировании перевозок.
6. Моделирование транспортных сетей.
7. Сущность и значение методов оптимизации.
8. Задачи линейного программирования.
9. Основная задача линейного программирования.
10. Двойственность задач линейного программирования.
11. Геометрическая интерпретация задач оптимизации.
12. Решение задач на максимум и минимум целевой функции.
13. Симплексный метод в общем виде.
14. Определение допустимого базисного решения.
15. Экономическое содержание симплексного метода.
16. Симплексный метод с искусственным базисом.
17. Распределительный метод и его модификации.
18. Способы составления первого допустимого плана перевозок.
19. Решение транспортных задач, имеющих некоторые дополнительные условия.
20. Методы с разрешающими элементами.
21. Методы определения кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети.
22. Методы составления рациональных маршрутов при перевозках массовых грузов.
23. Составление рациональных маршрутов при помашинных перевозках грузов.
24. Планирование маятниковых маршрутов.
25. Оптимизация мелкопартионных перевозок грузов.
26. Решение задачи оптимального объезда точек в маршрутах.
27. Учет случайных факторов методами стохастического моделирования на примере расчета оптимальной структуры парка

Моделирование транспортных процессов

АТС.

28. Основные понятия и постановка задач динамического программирования
29. Распределение ресурсов методом динамического программирования.
30. Производственные функции.
31. Парная корреляция.
32. Измерение тесноты корреляционной связи.
33. Основные сведения о множественной и частной корреляции.
34. Постановка и экономико-математическая модель задачи развития и размещения транспортных мощностей.
35. Метод последовательного перерасчета издержек.
36. Экономическая интерпретация задачи размещения.
37. Назначение системы СПУ. Элементы сетевых моделей.
38. Принципы построения сетевых графиков.
39. Расчет параметров сетевой модели.
40. Оптимизация сетевых моделей.
41. Общая характеристика и математический аппарат систем массового обслуживания.
42. Входящий поток требований. Время обслуживания.
43. Предпосылки и условия применения имитационного моделирования
44. Применение имитационного моделирования при решении технологических и управленческих задач
45. Деловые (хозяйственные) игры
46. Понятие об игровых методах.
47. Принятие решений в условиях риска.
48. Принятие решений в условиях неопределенности.
49. Особенности принятия решения в конфликтных ситуациях.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горев А.Э. Грузовые автомобильные перевозки: учебное пособие/. А.Э.Горев, - М.: Академия, 2008.
2. Оптимизационные и имитационные модели на автомобильном транспорте и в автомобиле: Учебное пособие. В 2-х частях /Р.Г.Хабибуллин [и др.]. – Набережные Челны: Изд. КАМПИ, 2005.
3. Зотов, Л.Л. Основы теории автотранспортных систем. Учебное пособие /Л.Л.Зотов, А.А.Черняков, В.А. Янченко – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2008.